Université 08 Mai 45 de Guelma
Département d'Informatique

Guelma, le 28 Janvier 2016

Durée de l'examen : Deux (2) Heurs

EXERCICE 1: (Calculabilité & Décidabilité) (5 pts)

Soit L' Le langage {a, b, c} et f le code $f : L' \rightarrow \{0, 1\}$ définit par :

$$f(a) = 00,\ f(b) = 01 \text{ et } f(c) = 10.$$

Construisez des Machines de Turing reconnaissant les langages suivants :

1. $L_1 = \{x : f^{-1}(x)$ termine par la lettre $c\}$.

2. $L_2 = \{x : f^{-1}(x)$ possède au moins 1 a, 1 b et 1 c$\}$.

3. $L_3 = \{x : f^{-1}(x)$ est un palindrome$\}$.

EXERCICE 2 : (Logique propositionnelle I - 5 pts)

Considérez la formule logique $\Phi = a \vee b \Rightarrow (a \Leftrightarrow b)$.

1. Donnez sa table de vérité.
2. Donnez une forme normale disjonctive canonique de cette formule
3. Parmi les formules suivantes, laquelle est équivalente à Φ :

   $\Psi 1 = (a \Rightarrow b) \wedge (\neg b \Rightarrow \neg a)$

   $\Psi 2 = (\neg b \Leftrightarrow \neg a) \wedge (b \Rightarrow \neg a)$

   Justifiez.
4. Donnez une suite de simplifications permettant de passer de $\Psi 1$ ou $\Psi 2$ à Φ. Indiquez les règles utilisées.

EXERCICE 3 : (Logique propositionnelle II - 5 pts)

Soit le système d'axiomes du calcul propositionnel :

1. $Ax1 : A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $Ax2 : (A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3. $Ax3 : (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Et la règle du Modus Ponens : si $\vdash A$ et $\vdash A \rightarrow B$ alors $\vdash B$.

Montrer que l'on a :

1) $A \models (B \rightarrow A)$,
2) $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \models (A \rightarrow C)$
3) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \models B \rightarrow (A \rightarrow C)$

EXERCICE 4 : (Logique des Prédicat -5 pts)

- Modélisez les phrases suivantes en logique des prédicats. Vous préciserez le vocabulaire utilisé.
  1. Tous les étudiants aiment la logique.
  2. Chaque étudiant n'aime pas une matière.
  3. Tous les étudiants n'aiment pas une matière.
  4. Les étudiants qui ont une bonne note en logique sont les meilleurs.
  5. Si tous les étudiants aiment la logique, alors l'enseignant est content.
- Ramenez les formules trouvé sous la forme de skolem ?

Bonne Chance